

Solución

① $1 + 5 + 9 + \dots + 49 + 53$

a) Esta en forma extendida

b) Varra de 4 en 4, razón constante. Debe ser Aritmética

c) Estrategia: Aplicar la fórmula

$$A_1 = 1$$

$$d = 4$$

$$n = \left(\frac{A_n - A_1}{d} \right) + 1 = \left(\frac{53 - 1}{4} \right) + 1 = 13 + 1 = 14$$

$$S_n = A_1 n + \frac{d}{2} (n(n-1)) = 14(1) + \frac{4}{2} (14(14-1)) = 14 + 364$$

$$= \underline{\underline{378}}$$

② $\sum_{n=1}^{47} 2n - 5$

a) Esta en notación sigma

b) Varra de 2 en 2*, razón constante. Debe ser Aritmética.

c) Estrategia: Aplicar la fórmula

$$* A_1 = 2(1) - 5 = -3$$

$$A_2 = 2(2) - 5 = -1$$

$$A_3 = 2(3) - 5 = 1$$

$$A_1 = -3$$

$$d = 2$$

$$n = 47$$



$$S_A = nA_1 + \frac{d}{2} (n(n-1)) = 47(-3) + \frac{2}{2} (47(47-1)) = -141 + 2162$$

$$= \underline{\underline{2021}}$$

③ Encuentra el valor de una serie que va de 1 a 35. El valor de A_n está dado por $\frac{n}{2} + 1$ y $A_1 = \frac{3}{2}$

a) Esta serie está redactada

b) Estrategia: Pasarla a notación sigma, revisar el tipo de serie, aplicar fórmula.

$$S_j = \sum_{n=1}^{35} \frac{n}{2} + 1$$

$$A_1 = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$$

$$A_1 = \frac{3}{2}$$

$$A_2 = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} = \frac{4}{2}$$

$$d = \frac{1}{2}$$

$$A_3 = \frac{3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{5}{2}$$

↙ $\frac{1}{2}$
↙ $\frac{1}{2}$

Razón constante,
Serie Aritmética

$$n = 35$$

$$S_A = nA_1 + \frac{d}{2} (n(n-1)) = \frac{3}{2} (35) + \frac{1/2}{2} (35(35-1))$$

$$= \underline{\underline{350}}$$

$$\textcircled{4} \sum_{i=1}^{\infty} 3(-2)^i$$

a) Notación sigma.

b) Converge porque es finita.

c) Es una serie geométrica



d) Estrategia: Reotar A0 a la fórmula.

$$S_G = \left(\frac{1 - a^{n+1}}{1 - a} \right) 3 - 3(-2)^0 = \left(\frac{1 - (-2)^{21}}{-1 - (-2)} \right) 3 - 3$$
$$= 2097153 - 3 = \underline{\underline{+2097150}}$$

⑤ Demuestre que $0.3\bar{3}$ es igual a un tercio $\left(\frac{1}{3}\right)$ usando una serie geométrica.

a) i-i, Estrategia:

b) Transformar el número decimal en serie.

c) Aplicar fórmula

Primero igualamos:

$$0.3\bar{3} = \frac{1}{3}$$

Tramo Formamos a serie al lado izq:

$$0.3 + 0.03 + 0.003 + \dots = \frac{1}{3}$$

Pasamos a fracción:

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots = \frac{1}{3}$$

Sacamos el 3 como factor:

$$3 \left(\frac{1}{10} \right) + 3 \left(\frac{1}{100} \right) + 3 \left(\frac{1}{1000} \right) + \dots = \frac{1}{3}$$

Notamos el patrón de exponentes, y reescribimos:

$$3 \left(\frac{1}{10} \right)^1 + 3 \left(\frac{1}{10} \right)^2 + 3 \left(\frac{1}{10} \right)^3 + \dots = \frac{1}{3}$$



Lo pasamos a notación sigma:

$$\sum_{k=1}^{\infty} 3 \left(\frac{1}{10} \right)^k = \frac{1}{3}$$

Notamos que la serie comienza en 1 no en 0 por lo que a la fórmula habría que restarle A_0

$$3 \left(\frac{\frac{1}{10}}{\left(1 - \frac{1}{10}\right)} \right) - 3 \left(\frac{1}{10} \right)^0 = \frac{3}{1} \cdot \frac{10}{9} - \frac{27}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{QED} \quad \text{☺}$$

